CPU
Calle Mercado # 555
Teléfono 3 - 366191

Límites

Indeteminaciones: $\frac{0}{0}$ $\frac{\infty}{\infty}$ 1^{∞} $\infty-\infty$ $0\cdot\infty$ ∞^{0} 0^{0}

No indeterminaciones

$0+0=0$
$0-0=0$
$0\cdot 0=0$
$a+0=a$
$a-0=a$
$0-a=-a$
$0\cdot a=0$
$\infty+\infty=\infty$
$\infty\cdot\infty=\infty$
$a+\infty=\infty$
$\infty-a=\infty$
$a-\infty=-\infty$
$\infty\cdot a=\infty$

$\frac{a}{0}=\infty$ $\frac{0}{a}=0$ $\frac{a}{\infty}=0$ $\frac{\infty}{a}=\infty$ $a^{0}=1$

$a^{\infty}=\infty$ *donde* $a>1$
$a^{\infty}=0$ *donde* $0<a<1$

$1^{a}=1$ $a^{1}=a$ $0^{a}=0$ $a^{0}=1$ $0^{\infty}=0$

$\infty^{a}=\infty$ *donde* $a>0$
$\infty^{a}=0$ *donde* $a<0$

$\frac{\infty}{0}=\infty$
$\frac{0}{\infty}=0$
$\log 0=-\infty$
$\log 1=0$
$\log\infty=\infty$

$\infty^{-\infty}=0$
$\infty^{\infty}=\infty$
$\operatorname{sen}0=0$
$\cos 0=1$
$\tan 0=0$
$\csc 0=\infty$
$\sec 0=1$
$\cot 0=\infty$

Definición de Límite

$\lim_{x\to a} f(x)=L$; $Si\ \forall\ \epsilon>0\ existe\ \delta>0$

$Tal\ que\ |f(x)-L|<\epsilon\ siempre\ que\ 0<|x-a|<\delta$

Definición de Límite al Infinito

$L\to\infty$	$\lvert f(x)\rvert>M\ siempre\ que\ \lvert x-a\rvert<\delta$
$x\to\infty$	$\lvert f(x)-L\rvert<\varepsilon\ siempre\ que\ \lvert x\rvert>M$
$x\to\infty$ $L\to\infty$	$\lvert f(x)\rvert>M\ siempre\ que\ \lvert x\rvert<P$

Teoremas

$\lim_{x\to a} c=c$	El límite de una constante es la misma constante
$\lim_{x\to a} cF(x)=c\lim_{x\to a} F(x)$	Una constante puede salir fuera del límite sólo si está multiplicando a toda la función
$\lim_{x\to\infty}\ln[F(x)]=\ln\left[\lim_{x\to\infty}F(x)\right]$	Límite de un logaritmo es igual al logaritmo del límite
$\sqrt[n]{\lim_{x\to a}F(x)}=\lim_{x\to a}\sqrt[n]{F(x)}$	La Raíz de un límite es igual al límite de la raíz
$\lim_{x\to a}A^{F(x)}=A^{\lim_{x\to a}F(x)}$	El límite de una función exponencial es igual a la base elevada al límite del exponente
$\lim_{x\to a}[F(x)+G(x)]=\lim_{x\to a}F(x)+\lim_{x\to a}G(x)$	El límite se distribuye en la suma
$\lim_{x\to a}[F(x)-G(x)]=\lim_{x\to a}F(x)-\lim_{x\to a}G(x)$	El límite se distribuye en la resta
$\lim_{x\to a}[F(x)\cdot G(x)]=\lim_{x\to a}F(x)\lim_{x\to a}G(x)$	El límite se distribuye en la multiplicación
$\lim_{x\to a}\frac{F(x)}{G(x)}=\frac{\lim_{x\to a}F(x)}{\lim_{x\to a}G(x)}$	El límite se distribuye en la división sólo si el denominador es distinto de cero

CPU
Calle Mercado # 555
Teléfono 3 - 366191

Límites

Indeterminación $\frac{0}{0}$

Polinomios: Factorizar / Simplificar / Sustituir

Radicales: Racionalizar / Factorizar / Simplificar / Sustituir

$(a-b)(a+b)=a^2-b^2$
$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$
$(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$
$(a+b)(a^4-a^3b+a^2b^2-ab^3+b^4)=a^5+b^5$
$(a-b)(a^4+a^3b+a^2b^2+ab^3+b^4)=a^5-b^5$
$(a-b)\left(a^6+a^5b+a^4b^2+a^3b^3+a^2b^4+ab^5+b^6\right)=a^7-b^7$
$(a+b)\left(a^6-a^5b+a^4b^2-a^3b^3+a^2b^4-ab^5+b^6\right)=a^7+b^7$

Exponenciales

$\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1}{x}=1$ $\lim_{x\to 0}\frac{a^x-1}{x}=\ln a$

Logaritmos

$\lim_{x\to a}\ln[F(x)]=\lim_{x\to a}[F(x)-1]$

Sólo se aplica cuando F(x) → 1 en indeterminación $\frac{0}{0}$

Trigonométricas

$\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{sen}x}{x}=1$	$arccot\ x=arctan\ \frac{1}{x}$
$\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{arcsen}x}{x}=1$	$arcsec\ x=arccos\ \frac{1}{x}$
$\lim_{x\to 0}\frac{\arctan x}{x}=1$	$arccsc\ x=arcsen\ \frac{1}{x}$

$arcsen\ x+arcsen\ y=arcsen(x\sqrt{1-y^2}+y\sqrt{1-x^2})$

$arccos\ x+arccos\ y=arccos(xy+\sqrt{1-x^2}\sqrt{1-y^2})$

$arctan\ x+arctan\ y=arctan\left(\frac{x+y}{1-xy}\right)$

Indeterminación $\frac{\infty}{\infty}$

<u>Paso Uno:</u> Buscar el Mayor Exponente

$x^2+x+1\to ME=x^2$
$x+\ln x\to ME=x$
$a+\ln x\to ME=\ln x$
$\ln x+\operatorname{sen}\ x\to ME=\ln x$
$x+\operatorname{sen}\ x\to ME=x$
$x^n+5^x+8^x\to ME=8^x$
$0,5^x+x\to ME=x$
$0,7^x+\ln x\to ME=\ln x$
$\sqrt[3]{x^2+x+1}\to ME=x^{\frac{2}{3}}$
$\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}+\sqrt[5]{x}\to ME=x^{\frac{1}{2}}$
$(x^n+a)^m\to ME=(x^n)^m=x^{n\cdot m}$
$(x^n+a)(x^m+b)\to ME=x^n\cdot x^m=x^{n+m}$

<u>Paso Dos:</u> Dividir el numerador y el denominador entre el mayor exponente

<u>Paso Tres:</u> Simplificar

<u>Paso Cuatro:</u> Aplicar el límite apropiado

$\lim_{x\to\infty}\frac{1}{x^n}=0$ *donde* $n>0$

$\lim_{x\to\infty}\frac{\ln x}{x}=0$	$\lim_{x\to\infty}\frac{a}{\ln x}=0$
$\lim_{x\to\infty}\frac{\operatorname{sen}x}{x}=0$	$\lim_{x\to\infty}\frac{\cos x}{x}=0$

$\lim_{x\to\infty}\frac{x}{a^x}=0$ *donde* $a>1$

$\lim_{x\to\infty}\frac{a^x}{x}=0$ *donde* $0<a<1$

Indeterminación 1^{∞}

$\lim_{x\to a}F(x)^{G(x)}=e^{\lim_{x\to a}[F(x)-1]\cdot G(x)}$

$\lim_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}=e$

$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x}=e$